



THIS PAGE IS  
INTENTIONALLY  
LEFT BLANK.

Kazimir Majorinc

*Rekurzivne funkcije  
na simboličkim izrazima.*

Povijest Lispa 7.

Razmjena vještina  
Hacklab u mami  
6. listopada 2012.

**X**

**John McCarthy**, *Recursive functions of symbolic expressions and their computation by machine. Part I.* Communications of the ACM, 3(4), 1960, 184-195.

Nakon AIM-007, koji je napisan **1958**, pauza od tri mjeseca o kojoj nema dokumenata. AIM-008 iz ožujka **1959** ima gornji naslov. Niz ispravaka i internih dokumenata sa istim naslovom. McCarthy postepeno gubi kontrolu nad jezikom, tj. ljudi ubacuju svoje ideje i rade brže od njega.

1. Popis uobičajenih metoda za izgradnju matematičkih izraza i posebno, definicija funkcija. Npr.  $\lambda((x,y),y\vee x)$  umjesto  $(x,y)\mapsto y\vee x$ .

2. Definiiraju se simbolički izrazi (S-izrazi), **A**, **B** ... **Z**, **AA**, **AB**, ..., **(A,A)**, **(A,B)**, ..., **(A,(A,A))**... **(A,B,C)**. Logičke formule se mogu zapisati u tom obliku. **((FORALL,X),((X,^,2),>,0))**

3. Koristeći metode iz 1, definiraju se funkcije na S-izrazima. No, svaka definicija funkcije je i sama izraz; meta-izraz, M-izraz. Mala slova, uglate zagrade i točka-zarezi.

4. Pokazuje se kako prevesti meta-izraze u simboličke-izraze. Npr.  $\lambda[[x;y];y\vee x]$  se prevodi u **(LAMBDA,(X,Y),(OR,Y,X))**

5. Definira se univerzalna funkcija *apply*. Npr.

$$f[\mathbf{X};\mathbf{Y}] = \text{apply}[\text{prijevod } f; (\mathbf{X}, \mathbf{Y})]$$

# 1. Funkcije i definicije funkcija.

a. Funkcije su parcijalne; nisu definirane na cijeloj domeni.

b. Iskazni izrazi. T i F. Izrazi dobijeni korištenjem  $\wedge \vee \sim$ .

c. Uvjetni izrazi.  $(p_1 \rightarrow e_1, p_2 \rightarrow e_2, \dots, p_n \rightarrow e_n)$

d. Rekurzivne funkcije,  $n! = (n = 0 \rightarrow 1, T \rightarrow n \cdot (n-1)!)$

e. Od forme do funkcije. Npr. od izraza  $x^2+y$ , možemo konstruirati funkciju  $\lambda((x,y), x^2+y)$

f. Definicija rekurzivne funkcije. Npr

*label(fact, n, (n = 0  $\rightarrow$  1, T  $\rightarrow$  n  $\cdot$  fact(n-1)))*

## 2. Klasa simboličkih izraza.

Simbolički izrazi su nizovi znakova.

(1) Svaki konačan niz slova brojeva i razmaka je simbol. Svi simboli su simbolički izrazi. Primjerice, **A**, **ABA**, **APPLE PIE**

(2) Ako su  $e_1$  i  $e_2$  simbolički izrazi, onda je i  $(e_1.e_2)$  simbolički izraz. **(A.B)**, **((A.B).(B.A))** itd.

(3) Izraz  $(e_1, e_2, \dots, e_n)$  je “pokrata” za  $(e_1.(e_2.( \dots (e_n.NIL) \dots )))$ . Posebno,  $()$  je pokrata za NIL (iako to McCarthy ne kaže eksplicitno).

### 3. S-funkcije.

Definiraju se iterativno. Prvo, konačni broj atomarnih funkcija. Zatim, sve koje se mogu izgraditi osnovnim operacijama nad prethodno definiranim funkcijama.

(1). Atomarne funkcije:

atom - vrijednost je **T** ako je argument simbol, **F** inače.

eq - vrijednost **T** ako su obadva argumenta isti simbol. **F** inače.

car - vrijednost prvi element argumenta  $(e_1 . e_2)$ .

cdr - vrijednost drugi element argumenta  $(e_1 . e_2)$ .

cons[ $e_1; e_2$ ] =  $(e_1 . e_2)$ .

(2) Funkcije koje se mogu dobiti iz prethodno definiranih funkcija korištenjem metoda opisanih u 1.

# Primjer: funkcija *ff*

Vrijednost  $ff[x]$  je prvi atomarni simbol u S-izrazu, ignorirajući zagrade.

Primjerice,  $ff[(A.B).C]=A$

$$ff[x]=[atom[x] \rightarrow x, \sim atom[x] \rightarrow ff[car[x]]]$$

ili

$$label[ff;x;[atom[x] \rightarrow x; \sim atom[x] \rightarrow ff[car[x]]].$$